# Camera Calibration

## Intrinsic Calibration Matrix

絵を描け。

まず、カメラのレンズの中心は**Center of Projection、つまりCOP**と呼ぶ。オブジェクトの、カメラ座標系での座標をとし、そのイメージプレーンへの写像点の、カメラ座標系での座標をとする。ただし、は焦点距離で、COPからイメージプレーンへの距離だ。また、**COP**からイメージプレーンへ下ろした垂線の足を、**principle point**と呼ぶ。Principle pointのカメラ座標系での座標をとする。この時、

よって、

これを、例によってHomogeneousなんとかの書き方にしてやると、

ここで、

が、カメラの**内部パラメータ行列**だ。しかし、レンズには一般的に歪みがあるので、もっと複雑になる。Radial distortionのみの歪を考える場合、半径方向に、半径の二乗に比例したズレが発生すると考えると、上の式は、次のように変わる。

よって、

同様に、homogeneousの書き方に変えると、

これが、より複雑な**内部パラメータ行列**で、スライドp.30の行列だ！

## Extrinsic calibration matrix

カメラ座標系とワールド座標系との関係を表す行列が、外部パラメータ行列だ。カメラが１個なら、カメラ座標系とワールド座標系を同じと見なしても良いんだけど、例えばカメラが２個ある場合などは、そうもいかないよね。

外部パラメータ行列は、単純に回転と平行移動の組合せで表される。つまり、ある点の、ワールド座標系での座標を、カメラ座標系での座標をとすると、

例のhomegeneousの書き方だと、もっときれに書ける。

スライドp.31で、この外部パラメータ行列を

と呼んでいる。

## Optimization

内部パラメータ行列と外部パラメータ行列をまとめると、

まず、大きく分けて２ステップでoptimizationを行う。ステップ１では、とみなすことで、線型方程式に変換し、すばやく行列をestimateする。ステップ２では、元の非線型方程式を使って、estimateした行列を初期値として、非線形最小二乗法で最適解を探す。ポイントは、スライドp.49にある通り、**「非線形最小二乗法の収束は、初期値の精度に依存する」**だ。つまり、ステップ１で良い精度で初期値を求めることが重要となる。

**ステップ１**

まず、とみなす。つまり、

１行目から２行目を割ると、

よって、

これで、未知パラメータに関して線形になった。後は、普通に最小二乗法で、行列をestimateするだけだ。

**ステップ２**

次に、estimateした行列を初期値とし、を初期値とし、以下の非線形方程式を使って、最小二乗法で最適解を探す。